

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

3 единицы обучения – третий вопросник

מתמטיקה

3 יחידות לימוד – שאלון שלישי

Указания

- א. Продолжительность экзамена: 2 часа 30 минут.
- ב. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике шесть вопросов по следующим темам:
алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление.
Вы должны ответить на четыре вопроса –
за каждый вопрос 28 баллов.
Общее количество баллов не превысит 100.
- ג. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 2. Листы с формулами (прилагаются).
 3. Двухязычный словарь.
- ד. Особые указания:
1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
 2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שש שאלות בנושאים:
אלגברה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
יש לענות על ארבע שאלות –
לכל שאלה 28 נקודות.
סך הנקודות לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
 3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Вопросы

Ответьте на четыре из вопросов 1–6 (за каждый вопрос – 28 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре ответа в вашей тетради.

Алгебра

1. Цена входного билета в бассейн для взрослого на 12 шекелей больше, чем цена входного билета для ребенка.

Рахели купила 5 входных билетов для взрослых и 19 входных билетов для детей.

Обозначим через x цену входного билета для ребенка.

(а) Выразите при помощи x сумму, которую Рахели заплатила за входные билеты в бассейн.

Офир также купил входные билеты в бассейн.

Он купил 7 входных билетов для взрослых и 30 входных билетов для детей.

Офир получил скидку в 15% на цену входного билета для ребенка (цена входного билета для взрослого не изменилась).

Общая сумма, которую Рахели и Офир вместе заплатили за билеты, составила 2460.5 шекеля.

(б) Найдите x .

(в) Найдите, на сколько процентов сумма, которую заплатил Офир за все купленные им билеты, была выше суммы, которую заплатила Рахели за все купленные ею билеты (дайте ответ с точностью до двух цифр после десятичного знака).

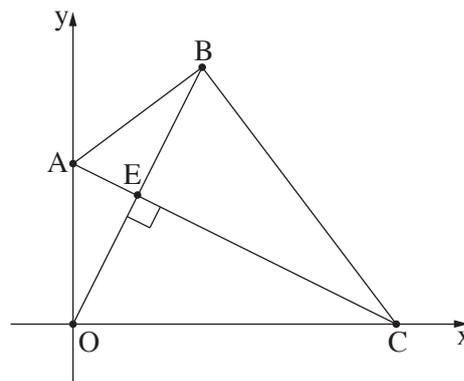
2. В четырехугольнике $OABC$ вершина A лежит на оси y , а вершина C лежит на оси x .

Вершина O – точка начала координат (смотрите чертеж).

Дано, что диагональ AC перпендикулярна диагонали OB .

Уравнение диагонали AC : $y = -\frac{1}{2}x + 15$.

- (а) Найдите координаты вершин A и C .
 (б) Найдите уравнение диагонали OB .



Точка E – это точка пересечения двух диагоналей.

- (а) Найдите координаты точки E .

Точка E – это середина диагонали OB .

- (б) Найдите координаты вершины B .
 (в) (1) Докажите, что треугольник OAB – это равнобедренный треугольник.
 (2) Найдите периметр четырехугольника $OABC$.

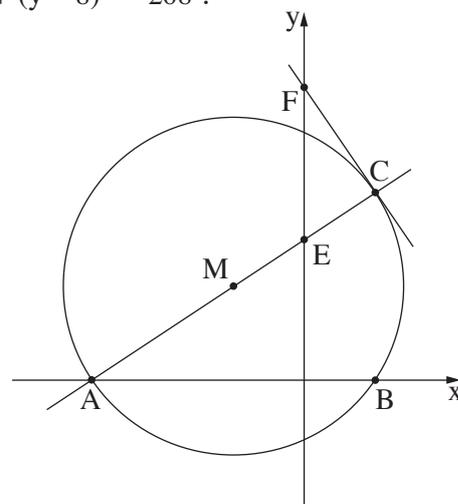
3. Дана окружность с центром M , уравнение которой $(x + 6)^2 + (y - 8)^2 = 208$.

Данная окружность пересекает ось x в точках A и B , как показано на чертеже.

- (а) Найдите координаты центра окружности M .
 (б) Найдите координаты точек A и B .

Точка C – такая точка на данной окружности, что AC – диаметр окружности.

- (а) (1) Найдите координаты точки C .
 (2) Найдите уравнение прямой AC .



Через точку C провели касательную к данной окружности. Эта касательная пересекает ось y в точке F .

- (б) (1) Найдите уравнение этой касательной.
 (2) Найдите координаты точки F .

Прямая AC пересекает ось y в точке E .

- (в) Найдите площадь треугольника FCE .

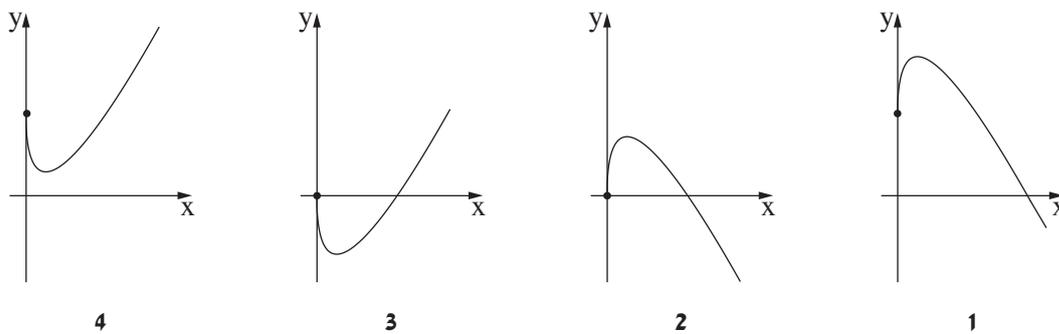
Дифференциальное и интегральное исчисление

4. Дана функция $f(x) = 4x - 12\sqrt{x} + 13$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .
- (ג) (1) Найдите координаты точки внутреннего экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
(2) Найдите область возрастания функции $f(x)$.
- (ד) Определите, какой из четырех графиков 1–4, приведенных в конце вопроса, является графиком функции $f(x)$.

К графику функции $f(x)$ провели касательную, угловой коэффициент которой 2.

(ה) Найдите координаты точки касания.



5. Дана функция $f(x) = -x^2 + 10x - 8$, и дана прямая $y = -x + 10$.

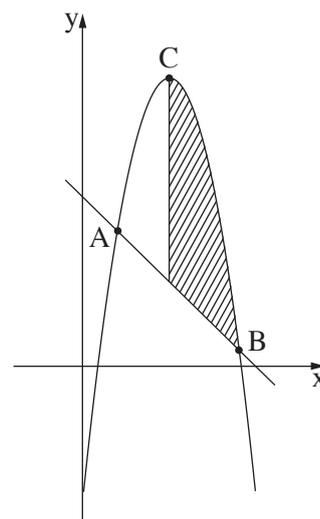
Точки А и В – это точки пересечения графика функции $f(x)$ и данной прямой, как показано на чертеже.

Точка С – это точка максимума функции $f(x)$.

- (א) Найдите координаты точек А и В.
- (ב) Найдите координаты точки С.

Через точку С провели прямую, параллельную оси y .

- (ג) Вычислите площадь заштрихованной фигуры на чертеже: фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, данной прямой и прямой, параллельной оси y .



6. В треугольнике ABC отрезок BE – это высота к стороне AC (смотрите чертеж).

Дано: длина отрезка EC в 3 раза больше длины отрезка AE .

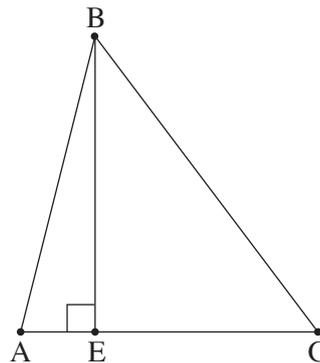
$$AC + BE = 20 .$$

Обозначим: $AE = x$.

(*) (1) Выразите при помощи x длину стороны AC .

(2) Выразите при помощи x длину высоты BE .

(*) (3) Найдите значение x , для которого площадь треугольника ABC будет максимальной.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך